Johanna Hartmann

Barbiere und sonstiger Zwist in der Mathematik um 1900. Easy - Wie man in der Anerkennung gesellschaftlicher Realitäten mathematische Probleme löst.[1]

Handwerkszeug und Bauplan der Arbeit: Eine Einleitung

Ein Barbier gibt bekannt, alle Menschen aus dem Dorf zu rasieren, die sich selbst nicht rasieren, und niemanden zu rasieren, der sich selbst rasiert. Als der Barbier sich fragt, ob er sich nun selbst rasieren soll, stößt er auf einen Widerspruch. Das ist ein mathematisches Problem, genauer die Antinomie von der Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthält, die der britische Philosoph und Mathematiker Bertrand Russell 1901 entwickelte und 1918 mit dem Bild des Barbiers in einer populären Form erläuterte.

In der Zeit zwischen 1901 und 1931 gab es in der Mathematik bedeutende Umbrüche. Auftretende Widersprüche wie in Russels mengentheoretischer Antinomie stellten zentrale Annahmen über mathematische Aussagen in ihrer bis dahin eindeutigen und unzweifelhaften Position in Frage. Kategorien wie Wahrheit und Erkenntnis, wesentliche Begriffe für die Identität der mathematischen Wissenschaft,[2] erfuhren eine starke Bedeutungsverschiebung hinsichtlich ihres Sinns und ihrer Anwendbarkeit in der Sprache der Mathematik. Mit dem Begriff „Grundlagenkrise" wird in beinahe jedem Text, der eine Untersuchung der Mathematik in der von mir betrachteten Zeit vornimmt, ein anderer Aspekt der Problematik oder Streits belegt, je nachdem, ob eine grundlegende Krise der Mathematik oder eine Krise der mathematischen Grundlagen benannt werden soll, ob die Krise im Auftreten der Russellschen Antinomien 1901 oder im Streit der konkurrierenden mathematischen Schulen um die Problemlösung gesehen wird oder ob damit die Entkräftung des formalistischen Weges aus der Krise durch Gödels Unvollständigkeitssatz von 1931 gemeint ist. (Auf die hier genannten Probleme wird weiter unten eingegangen.) Ich nutze den Begriff der „Grundlagen-krise", um mich gleichzeitig auf die Umbrüche in der Mathematik zwischen 1901 und 1931 als auch auf die teilweise sehr dramatische Verhandlung dieser zu beziehen. Ich verwende diesen Begriff in Anführungszeichen, damit klarer wird, dass ich ihn aus einem wesentlich dramatischeren und pathetischeren Sprachgebrauch entlehne.

Diese Arbeit wird weder versuchen, eine Bewertung der Veränderungen der Mathematik zwischen 1901 und 1931 vorzunehmen, noch wird sie eine Antwort geben auf die von mathematischer und mathematikhistorischer Seite formulierte Frage, ob diese Umbrüche eine „*Grundlagen*krise" der Mathematik darstellten.

Die Frage, der ich in dieser Arbeit nachgehen möchte, ist die, ob die „Krise" der Mathematik als Krise von Männlichkeit gelesen werden kann. Ging es bei den

[1] Dem Artikel liegt die gleichnamige Hausarbeit aus dem Sommersemester 2005 zugrunde, die von Prof. Dr. Stefanie von Schnurbein und Dr. Kerstin Palm betreut wurde (HU, Hauptseminar „Krisen der Männlichkeit – interdiskursiv", 26 S.).

[2] Vgl. Mehrtens: 1990: 8

Erschütterungen einer nach Wahrheit und Erkenntnis strebenden Wissenschaft um eine Krise des männlichen Erkenntnissubjektes?

Ich gehe davon aus, dass eine wissenschaftskritische Untersuchung der Mathematik auch – und vielleicht insbesondere – NichtmathematikerInnen möglich ist. Ein Blick, der nicht für die mathematischen Ausdrucksweisen geschult ist, kann Phänomene als auffällig wahrnehmen und ins Zentrum der Untersuchung rücken, die einer mathematischen Betrachtung möglicherweise nicht ins Auge fallen. Ich gehe also davon aus, dass mein Blick ein Blick „von außen" bleiben muss, nehme jedoch auch wahr, dass sich die Mathematik NichtmathematikerInnen keineswegs auf eine so hermetische Art verschließt, wie häufig angenommen und werde daher versuchen, die mathematischen Ausführungen als wissenschaftliche *Texte* zu lesen.

Die Auswahl an mathematischen Lehrbüchern, Grundlagenwerken sowie spezielleren Problemdiskussionen ist riesig. Ich greife auf einige überblicksartige Werke zurück, um eine generelle Einschätzung der Problemverhandlungen zu erhalten und arbeite mit ausgewählten Schriften einiger MathematikerInnen zu den hier speziell in den Blickpunkt gerückten mathematischen Fragestellungen, um unter anderem die Art der Sprache untersuchen zu können. Darüber hinaus nehme ich eine Betrachtung verschiedener Stimmen vor, sowohl mathematischer aus der Zeit der „Grundlagenkrise" als auch (mathematisch-)wissenschaftshistorischer, die die Frage nach einer „Grundlagenkrise" der Mathematik zu klären suchen. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit in der Textauswahl will diese Arbeit nicht eine Auswertung aller relevanten Stimmen zur Frage nach der „Grundlagenkrise" der Mathematik sein, sondern vielmehr ein Versuch der Verknüpfung von Mathematik, Krise und Geschlecht.

Selbstverständlich ist die Mathematik keine rein männliche Wissenschaft und selbstverständlich hat es auch in der von mir untersuchten Zeit großartige Mathematikerinnen gegeben. In der öffentlichen Präsenz, in den von mir betrachteten Texten, Briefwechseln, mathematischen Vorträgen und in den Analysen dieser werden sie allerdings nicht erwähnt. Da es mir nicht darum geht, einen Überblick über die mathematischen Entwicklungen zu geben, sondern mein Schwerpunkt auf einer Betrachtung der Rhetorik der Mathematik, ihrer Selbstdarstellung und der Bewertungen dieser liegt, werde ich, da es nun einmal ausschließlich Männer sind, deren Wissenschaft (zum großen Teil von Männern) untersucht wird, ausschließlich die männliche Form Mathematiker verwenden, auch wenn ich mir dabei der Gefahr einer Affirmation männlicher Geschichtserzählung bewusst bin. Um jedoch die Verhandlung einer männlichen Mathematikgeschichte nicht einfach fortzuschreiben, sondern im Sinne des von Evelyn Fox Keller vorgeschlagenen Korrektivs einer Aufzeigung von „women in science" wenigstens auf einige wenige fehlende Mathematikerinnen hinzuweisen, seinen beispielhaft Marie Gernet, Annie Leuch Reineck, Margarethe Kahn, Klare Löbenstein und Emmy Noether genannt als fünf Mathematikerinnen, die in der von mir betrachteten Zeit in Deutschland forschten und lehrten. [3]

[3] Zur Systematisierung von Evelyn Fox Keller, die die drei Dimensionen der Analyse „Women in Science", „Science of Gender" und „Gender in Science" als Instrumentarium der feministischen Naturwissenschafts- und Technikforschung aufzeigt, vgl. Fox Keller 1995.

Was einmal bewiesen ist, ist wahr für immer und wahr für alle: Sprache und Selbstverständnis der Mathematik um 1900 und danach

Die Sprache der Mathematik der Jahrhundertwende ist eine lebhafter Diskussionen, pathetischer Vorträge und reger Briefwechsel, in denen sich die Mathematiker über ihre aktuellen Überlegungen, Thesen und Fragen, bis hin zu ihrem Glauben austauschten. Die Sprache ist erstaunlich poetisch, die Texte der Mathematiker bestehen längst nicht nur aus Zahlen, sondern haben durchaus literarische Qualitäten.[4] „Die Innenwelt der Mathematik ist keineswegs so eindeutig und formal, so starr und so blind, wie es die Außensicht unterstellt.“[5]

Zahlreiche erklärende Beispiele für Thesen, von denen es zu überzeugen galt, sowie wütende Gegenreden der Vertreter anderer Ansichten lassen sich in den mathematischen Schriften der Jahrhundertwende finden. In der Betrachtung mathematischer Texte aus der Zeit um 1900 fällt auf, dass trotz einer Rhetorik einer mathematischen Wahrheit das wissenschaftliche Subjekt, der Mathematiker, sichtbar ist. Viele Thesenerläuterungen sind in der ersten Person geschrieben. Der Mathematiker und Wissenschaftshistoriker Herbert Mehrtens übersieht die deutliche Selbstpositionierung zahlreicher Mathematiker in ihren Schriften und er irrt, wenn er auch über die mathematische Sprache um die Jahrhundertwende feststellt: „In der Sprache der Mathematik gibt es keine deiktischen Termini; man zeigt oder deutet nicht auf Etwas. Der Mathematiker kann auch nicht auf sich selbst zeigen; er kann sich in dieser Sprache nicht nennen.“[6]

Die Wissenschaftssoziologin Bettina Heintz, die die Mathematik als soziales Produkt untersucht und davon ausgeht, „wo es Formeln gibt, braucht nicht mehr gesprochen werden, was formalisiert wird, bedarf keiner Interpretation“, nimmt ebenfalls zunächst an, auf eine „blinde Welt ohne Farben und Formen“ zu stoßen, auf „ein groß angelegtes Säuberungsunternehmen, in dessen Verlauf alles Ambigue und Schillernde, alles Weiche und Veränderliche getilgt wird“.[7] Sie erkennt dann jedoch, dass auch in der Welt der Wahrheiten und Beweise hitzige Diskussionen zum internen Ton mathematischer Wissenschaftlichkeit um 1900 gehören. Dennoch sind es die Zahlen und mathematischen Zeichen, die die Legitimationen solcher Diskussionen bilden.

Eine Wandlung erfährt das mathematische Subjekt im Zuge der Formalisierung seiner Wissenschaft. Bis dahin an einem meist klaren Sprechort positioniert, zieht sich der Mathematiker nun mehr und mehr auf einen nicht sichtbaren, nicht artikulierten Ort zurück, die Mathematik als Lehre des reinen Denkens beginnt, die Niederungen der Subjektivität zu verlassen. „Dabei wird angenommen, dass die logische Struktur einer Aussage invariant bleibt, wenn sie von einem Subjekt zum anderen übertragen wird.“[8] Das wurde durchaus auch vor der „Grundlagenkrise“ erwartet und angenommen, nur galten da mathematische Aussagen, wenn sie richtig und damit wahr waren, als

---

[4] Bezeichnenderweise erhielt einer der Mathematiker, der eine bedeutende Rolle in der „Grundlagenkrise“ spielte, Bertrand Russell, 1950 den Nobelpreis für Literatur.

[5] Heintz 2000: 13

[6] Mehrtens 1990: 11

[7] Heintz 2000: 12

[8] Frougny/Pfeiffer 1985: 66

universal, nicht weil man ihnen mithilfe einer Axiomatisierung[9] eine übertragbare Form gegeben hatte, sondern weil sie im Sinne eines göttlichen Gesetzes wahr waren. Die Gesetze der Zahlen hingen nicht davon ab, ob sie erforscht und erkannt wurden,[10] sie wurden als existent verhandelt und Mathematik als ubiquitär verstanden, so dass der Mathematiker Paul Du Bois-Reymond in seinem Antrittsvortrag zur Professur in Tübingen, gehalten 1874 (1910 veröffentlicht) vorschlägt, die Frage danach, was Mathematik ist, mit der Gegenfrage – Was ist nicht Mathematik? – zu beantworten.[11]

Bemerkenswert ist, dass die Mathematik immer wieder (1901 nicht zum ersten Mal!) auf Erkenntnisse stößt, die ein Revidieren bisheriger Annahmen erfordern und sich trotzdem der Tenor durch die Mathematikgeschichte zieht, dass „die Folgerungen der Mathematik [...] zwingend wie jene der Naturwissenschafen" sind und deswegen „nicht das Produkt von Ansichten und Meinungen und darum auch nicht einem dauernden Meinungsstreit" unterworfen sind.[12]

Das Bild einer sich stetig weiter entwickelnden mathematischen Erkenntnis, die mit zunehmendem Fortschritt die Wahrheit mehr und mehr zu enthüllen vermag und – zugegebenermaßen zeitweilig einige Umwege nehmend – grundsätzlich einer „geraden Bahn" der „logischen Folgerichtigkeit" folgt, wird kaum in Frage gestellt. Das Bild einer Wissenschaft, die in ihrer Entwicklung den mathematischen Gesetzen – der Erkenntnis – immer näher kommt, bleibt trotz zahlreicher tiefgreifender Auseinandersetzungen über Verfahren, Ergebnisse, Widersprüche, Beweisbarkeiten und Wahrheiten ein wichtiges in der Selbstdarstellung der Wissenschaft. Zeitweilige Schwierigkeiten und Irrtümer der Mathematik werden als beinahe notwendige Etappen eines „wagemutigen Vorstoßes in unbekanntes Neuland" einer Wissenschaft, die „uns noch niemals getäuscht hat", wie der Mathematiker Erich Kamke 1955 formuliert.[13]

Was geschieht in der Infragestellung mathematischer Wahrheit durch die „Grundlagenkrise"? Was bedeuten Zweifel, Widersprüchlichkeiten und Streits um die Entscheidbarkeit und um die Wahrheit in einer Welt, in der „was einmal bewiesen ist, [...] wahr für immer und wahr für alle"[14] zu sein hat? „In der Mathematik gibt es keine Falsifikationen und keine Revolutionen."[15] Was aber passiert dann, wenn an den grundlegenden Festen dieser Wissenschaft so fest gerüttelt wird, dass riesige –

---

9 Axiome sind Annahmen hypothetischer Art, ‚Satzungen' gewissermaßen, deren inhaltliche Wahrheit nicht zur Debatte steht.

10 Die Begrifflichkeiten von „erkennen" und „entdecken" verschleiern den aktiven Prozess wissenschaftlicher Subjekte in der Produktion von Wissen. Mathematische Erkenntnisse sind (wie die Erkenntnisse anderer Disziplinen auch) Produkte wissenschaftlichen Arbeitens, deren Form, Inhalt und Ausrichtung von den Verfahren, Zielen und Umständen dieser Wissensproduktion abhängig sind.

11 Vgl. Du Bois-Reymond 1910: 195

12 Davis/Hersh 1985: 435, Selbstverständlich handelt es sich auch bezüglich des naturwissenschaftlichen Wissens um ein von der und durch die Wissenschaft konstruiertes Wissen, das eben nicht zwingend ist, sondern genau Produkt dieses von Davis und Hersh negierten Streits von Meinungen und Ansichten ist.

13 Kamke 1955: 20

14 Heintz 2000: 18

15 Ebda.

grundlegende – Theoriegebäude ins Wanken kommen und aufgrund entdeckter Widersprüche nicht mehr als wahr gelten können?

Wandering through intellectual fog: Krisen und was dafür gehalten wird

Auf der Suche danach, was als „Grundlagenkrise“ der Mathematik verhandelt wird, lassen sich diverse mehr oder weniger krisenhafte Neuerungen und Umbrüche finden. In der Betrachtung von Problemen, Fragestellungen und Widersprüchen der Mathematik zwischen 1901 und 1931 ist keine einheitliche Schwerpunktlegung oder Beurteilung der mathematischen Vorkommnisse anzutreffen. Grundsätzlich kann unterschieden werden in Analysen, die eine Krise in der Mathematik im Auftreten der Antinomien der Mengenlehre um die Jahrhundertwende verorten und Analysen, die – wenn überhaupt als krisenhaft bezeichnet – die Streitigkeiten zwischen den verschiedenen mathematischen Schulen als die maßgeblichen Umbrüche bewerten. Darüber hinaus stellen einige Untersuchungen die Bewegungen in der Mathematik im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts in einen zeitlich weiteren Kontext, wobei wenige so detailliert wie der Philosoph und Wissenschaftstheoretiker Christian Thiel auf deutlich früher liegende Ereignisse eingehen, die sich ebenfalls als grundlegende Krisen der Mathematik lesen lassen.[16] Bei den Darstellungen dieser Krisen vor 1900 ist Thiel sehr bedacht, die Normalität und Notwendigkeit von Veränderungen und Umbrüchen in der Weiterentwicklung und dem Fortschreiten einer Wissenschaft zu betonen. „Von Zeit zu Zeit erweist sich dieser Rahmen [der „begriffliche Rahmen“ einer bisherigen Theorie, J.H.] als veränderungsbedürftig, und wo die Veränderungen besonders einschneidend sind, pflegt man jetzt auch in der Wissenschaftshistorie von ‚Krisen’ zu sprechen.“[17]

Generell bewertet Thiel derartige Krisen nicht als Entwertung und Zusammenbruch wissenschaftlicher Disziplinen, sondern sieht in ihnen den produktiven Charakter eines „Beginns einer neuen Etappe auf einem erfolgreich begangenen Weg“[18], womit er mit Mehrtens einer Meinung ist, der die Fragen nach der Begründung der Erkenntnisgewissheit in der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts als eine „außerordentlich fruchtbare Phase“ bezeichnet, „die in die Etablierung der Grundlagenforschung und der theoretischen Logik als neue Wissenschaftszweige mündete“.[19] Auch die Mathematiker Philip Davis und Reuben Hersh beginnen mit ihrer Untersuchung mathematischer Krisen vor 1900 und betonen als besonders dramatisch die Entwicklung der nicht-euklidischen Geometrien. „Im neunzehnten Jahrhundert kam es dann zu mehreren Katastrophen. Eine war die Entdeckung der nicht-euklidischen Geometrien, welche zeigte, dass es mehr als eine denkbare Geometrie gibt. [...] Der Verlust der Gewissheit der Geometrie war philosophisch nicht tragbar, denn damit war der Verlust jeder Gewissheit in der menschlichen Erkenntnis verknüpft.“[20] Die nicht-euklidischen Geometrien hatten die Anschauung der

[16] Vgl. dazu Thiel 1972: 16

[17] Thiel 1972: 25f.

[18] Ebda.

[19] Mehrtens 1990: 298f.

[20] Davis/Hersh 1986: 348. Zur Erschütterung der Mathematik durch die Entwicklung der nicht-euklidischen Geometrien vgl. auch Frougny/Pfeiffer 1985: 71.

euklidischen Geometrie verlassen. Ihre Entfernung von der Anschauung bewertet der Mathematiker Morris Kline aber nicht als Grund für eine Krise der Mathematik, er zeichnet vielmehr ein Bild von Mathematikern „wandering through intellectual fog“[21], der sich mit einigen Feststellungen, Festlegungen und Klärungen zu lichten begann.

Den zentralen Ausgangspunkt für die „Grundlagenkrise“ der Mathematik verorten die meisten Untersuchungen in den Umbrüchen in der Mengenlehre. Die Mengenlehre wurde Ende des 19. Jahrhunderts vom deutschen Mathematiker Georg Cantor als eigenständiger Zweig der Mathematik definiert und galt seitdem als grundlegend für die gesamte Mathematik. In der Erforschung der Grundlagen der Mengenlehre zeigte sich, dass der bisher für äußerst transparent gehaltene Begriff der Menge in der von Cantor angestrebten Definition insbesondere unendlicher Mengen bislang nicht bedachte Widersprüche enthielt, die aus der Entwicklung verschiedener Unendlichkeiten resultierten. Die bisher eindeutige, evident fassbare Unendlichkeit war mehrdeutig geworden, was bisher galt, geriet ins Wanken. Im Rahmen innerer Unstimmigkeiten der Mengenlehre traten im bis dahin unangezweifelten System logische Widersprüche auf. Russell entwickelte 1901 die berühmteste dieser Antinomien – die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthält[22] – just als der Philosoph und Logizist Gottlieb Frege sein Lebenswerk veröffentlichte.[23] Freges Ziel war es, den mathematischen Weg, der von rein logischen Sätzen und Begriffen bis zu den Gesetzen der Arithmetik und Analysis führen sollte, mithilfe der logizistischen Methode eines schrittweise kontrollierbaren Aufbaus, also der Methode des „korrekten Schließens“, zu belegen. „Das System war nahezu perfekt.“[24] Mit der von Russell entwickelten Antinomie scheiterte es jedoch. Freges Lebenswerk war in sich nicht mehr widerspruchsfrei, und nicht nur das: „Alle, die von Begriffsumfängen, Klassen, Mengen in ihren Beweisen Gebrauch gemacht haben, sind in derselben Lage. Es handelt sich hierbei nicht um meine Begründungsweise im Besonderen, sondern um die Möglichkeit einer logischen Begründung der Arithmetik überhaupt.“[25]
Die Russellsche Antinomie war eine mengentheoretische, und damit musste nicht nur die *logizistische* Begründung der Arithmetik verworfen werden, sondern damit waren auch die Arithmetik an sich und die Analysis in Frage gestellt.
Thiel beschreibt die Folgen der Entwicklung der Russellschen Antinomien recht dramatisch: „Der Einsturz des Gebäudes der Arithmetik war also unleugbar die Folge eines Sturzes der allgemeinen Mengenlehre schlechthin, die dadurch ausgelöste Krise eine Krise von Mengenlehre, Arithmetik und Analysis in eins.“[26] Er weist an anderer Stelle jedoch darauf hin, dass das Auftreten von Antinomien in der Mengenlehre „ein

[21] Kline 1980: 197

[22] Die Russellsche Antinomie ist ein Paradoxon auf der Grundlage der naiven Mengenlehre. Sie beinhaltet die faszinierende Frage, ob zwei verschiedene (verschieden mächtige) unendliche Mengen, wie z.B. die Menge aller reellen Zahlen und die Menge aller rationalen Zahlen, die ja bei endlichen Mengen eine Teilmenge der ersten darstellt, die gleiche Anzahl an Elementen haben, da sie ja beide unendlich sind.

[23] Vgl. Büttenmeyer 2003: 53

[24] Thiel 1972: 93f

[25] Frege 1903 nach Thiel 1972: 94

[26] Thiel 1972: 95f.

gänzlich internes Problem [war], das [...] spät aus den esoterischen Kreisen der Grundlagenforscher in das allgemeine Bewußtsein dringt [...] und selbst von der Mehrzahl der Mathematiker als ein Kuriosum betrachtet“[27] wird.
Dennoch „stellte sich nun die Aufgabe einer wirklichen Begründung des mathematischen Satzbestandes umso dringlicher erneut.“[28] Zur Behebung der „Grundlagenkrise“ wurden mehrere Wege vorgeschlagen. Die beiden bedeutendsten und am stärksten richtungsweisenden Programme waren die der Intuitionisten mit L. E. Jan Brouwer an ihrer Spitze und der unter anderem von David Hilbert entwickelte Formalismus.

Formalismus mit Bierseideln und Schornsteinfegern: Krisenintervention I

Hilberts erklärtes Ziel war eine „Neubegründung der Mathematik“[29]. „Das ist es aber, was ich verlange: es soll in mathematischen Angelegenheiten prinzipiell keine Zweifel, es soll keine Halbwahrheiten und auch nicht Wahrheiten von prinzipiell verschiedener Art geben können.“[30] Mit diesem Vorhaben löste Hilbert die Beweisführung von der Anschauung und sprach stattdessen der Syntax eine tragende Rolle zu.[31] Er entwickelte eine formale Axiomatik, die auf eine inhaltliche Qualifizierung der Axiome verzichtet. Anschaulichkeit ist kein Kriterium mehr, um die Wahl der Axiome zu rechtfertigen.[32]
Es ging nicht länger um inhaltliche Wahrheit, sondern um die Sicherheit eines in sich funktionierenden Systems, das durch Widerspruchslosigkeit und Vollständigkeit legitimiert ist. Thiel kritisiert Hilbert, er wollte den klassischen Satzbestand ohne Streichungen eventuell sogar um den Preis bewahren, dass sich ein Teil dieses Satzbestandes inhaltlich nicht mehr sinnvoll interpretieren ließ.[33] Tatsächlich verschob sich hierdurch die Bedeutung eines Axioms von einer unanzweifelbaren Wahrheitsaussage zu einer Vereinbarung unter Mathematikern, die im Konjunktiv der Anfangswörter „Es sei“ vieler mathematischer Problemaufrisse bezeichnend zum Ausdruck kommt. Mit der Forderung nach Widerspruchslosigkeit der Axiome nahm Hilbert ihnen eine beliebige Setzbarkeit und präsentierte eine neue Form von Wahrheit. „Wahr sind Axiome dann, wenn aus ihnen kein Widerspruch resultiert.“[34]
Für seine axiomatische Methode verwarf Hilbert die definierten Begriffe von Linie, Punkt und Ebene, da diese physische Gegenstücke haben und er gerade durch die Abwendung von der anschaulichen Geometrie eine Stabilisierung der mathematischen Grundlagen zu finden hoffte.[35] So forderte er, die Begriffe Punkte, Geraden und Ebenen durch willkürliche andere einzutauschen, um sich von der Anschauung zu

[27] Thiel 1972: 26f.

[28] Thiel 1972: 106

[29] Hilbert 1922: 132

[30] Hilbert 1922: 131

[31] Vgl. Frougny/Pfeiffer 1985: 71

[32] Vgl. Heintz 2000: 48

[33] Vgl. Thiel 1972: 106f.

[34] Heintz 2000: 49

[35] Vgl. Kline 1980: 198

lösen. Als eine Möglichkeit neuer Begrifflichkeiten schlug er Tische, Stühle und Bierseidel vor, ein anderes Mal favorisierte er die Begriffe Liebe, Gesetz und Schornsteinfeger für die zentralen Objekte der anschaulichen Mathematik.[36]

Hilbert, der befürchtete, einen „großen Teil unserer wertvollsten Schätze zu verlieren", verließe man sich auf die Methoden der gegnerischen Schule der Intuitionisten (s.u.), und den Intuitionisten vorwarf, „unsere Wissenschaft [zu] zerstückeln und [zu] verstümmeln"[37], bewarb seine axiomatische Methode als Befreiung der Mathematik.

Er präsentierte sie als „logisch unanfechtbar und zugleich fruchtbar"[38]. Diese logische Unanfechtbarkeit ließ sich jedoch nicht halten. In Hilberts Axiomatik wurde auf eine inhaltliche Wahrheit verzichtet; Wahrheit erlangte das System dadurch, dass seine Axiome vollständig, unabhängig und widerspruchsfrei waren.[39] Wie sich herausstellte, ließ sich ein solches – insbesondere vollständiges <u>und</u> widerspruchsfreies – Axiomensystem nicht aufstellen. Hilberts System stieß auf einen logischen Widerspruch, der, sobald er auftrat, eine Entscheidbarkeit von Wahr und Falsch unmöglich machte.[40]

Intuitionistische Himmelsstürmer und Revolutionäre: Krisenintervention II

Auch die Reaktion von intuitionistischer Seite auf die mathematischen Fragen beinhaltete große Pläne für eine Weiterführung der Mathematik in ihrem Sinne. An der Spitze der intuitionistischen Schule stand der niederländische Mathematiker L. E. Jan Brouwer, der wie Hilbert die mathematische Wissenschaft auf zuverlässigen und festen Boden stellen wollte.[41] Im Vergleich zu Hilbert, dessen Plan es war, die Widerspruchsfreiheit der vorhandenen klassischen Mathematik zu beweisen, verfolgte Brouwer die Idee, die Mathematik grundlegend neu auf den natürlichen Zahlen aufzubauen und „nur jene Teile zuzulassen, die sich Schritt für Schritt aus den natürlichen Zahlen herleiten lassen."[42] In der Hoffnung, mit diesem System die Mathematik sukzessive auf einem Fundament von „intuitiv Gegebenem"[43] erstellen zu können, wandten sich die Intuitionisten von „künstlerisch erdachten" Methoden und mathematischen Prinzipien ab, hin zu jenen, die einen „weitaus natürlicheren Charakter" hatten.[44] Das intuitionistische Programm hatte zum Ziel, der Mathematik ihre „inhaltliche Bedeutung" wieder zu geben und sie vor Hilberts „Sinnentleerung" zu einem „reinen Formelspiel" zu bewahren.[45]

Wie die formalistische Seite so bewarben auch die Intuitionisten ihre Mathematik mit dem Kriterium der Freiheit. „Die Browersche Auffassung verbindet höchste intuitive *Klarheit* mit *Freiheit*. Wer immer sich im abstrakten Formalismus der Mathematik

[36] Vgl. Meschkowski 1976: 49f.

[37] Hilbert 1922: 134

[38] Ebda.

[39] Vgl. Heintz 2000: 48

[40] Vgl. Mehrtens 1990: 13

[41] Vgl. Davis/Hersh 1986: 356

[42] Heintz 2000: 67

[43] Davis/Hersh 1986: 356

[44] Vgl. Weyl 1965/1921: 9

[45] Weyl 1924: 449

noch einigen Sinn für anschauliche Gegebenheiten erhalten hat, auf den muss sie wirken wie eine Erlösung vom bösen Albdruck.“[46]

Das „radikale“[47] Programm Brouwers, von dem Weyl im Grunde höchst begeistert ist: „Brower – das ist die Revolution!“[48], musste aber aufgrund seiner engen Bindung an Anschaulichkeit, intuitives Verständnis und die Entwicklung mathematischer Sätze durch Iteration[49] aus der Reihe der natürlichen Zahlen große Verzichte eingehen. Viele der Standardbeweise der klassischen Mathematik sind für die Intuitionisten ungültig.[50] „Die neue Auffassung, sieht man, bringt sehr weitgehende Einschränkungen mit sich gegenüber der ins Vage hinausschwärmenden Allgemeinheit, an welche uns die bisherige Analysis in den letzten Jahrzehnten gewöhnt hat. Wir müssen von neuem Bescheidenheit lernen. Den Himmel wollten wir stürmen und haben nur Nebel auf Nebel getürmt, die niemanden tragen, der ernsthaft auf ihnen zu stehen versucht.“[51]

Weyl sind die engen Grenzen intuitionistischer Handlungsspielräume bewusst.

Nicht überwunden aber verdrängt: Das Ende der „Grundlagenkrise“

Keine der beiden mathematischen Schulen wurde der Aufgabe gerecht, die gesamte Mathematik auf sichere Grundlagen zu stellen und eine „Wahrheit, die sich selbst begründet“[52] zu postulieren. Dennoch ebbte die Aufregung um die nicht gesicherten Grundlagen der Mathematik nach dem Beweis des Mathematikers und Logikers Kurt Gödel von 1931 relativ schnell ab. Gödel bewies, dass jedes „widerspruchsfreie, formale System, das stark genug wäre, die elementare Arithmetik einzuschließen, seine eigene Widerspruchsfreiheit nicht beweisen“[53] kann und zeigte damit, dass Hilberts Ziel, eine systeminterne Methode zu entwickeln, die eine wahre Aussage von einer falschen zu unterscheiden vermag, nicht gelingen kann, da „es in jedem widerspruchslosen, axiomatischen System, das mächtig genug ist, um die Aussagen der klassischen Arithmetik darin ausdrücken zu können, notwendiger Weise wahre Aussagen gibt, die nicht bewiesen werden können.“[54] Hiermit hatte Gödels Satz nicht nur Hilberts Vorhaben, sondern auch die Grundlagenkrise „offiziell zu Grabe getragen.“[55] Obwohl es Hilbert nicht gelungen ist, die Widerspruchsfreiheit seines axiomatischen Systems zu beweisen, setzte sich der Formalismus dem Intuitionismus gegenüber durch. So arbeitet die moderne Mathematik im Zeichen eines „pragmatischen Formalismus’“[56], also mit Axiomensystemen, deren Widerspruchs-freiheit nicht zu beweisen ist, beziehungsweise mit Axiomensystemen, die unvoll-

46 Weyl 1965/1921: 41

47 Heintz 2000: 67

48 Weyl 1965/1921: 18

49 Iteration: schrittweises Rechenverfahren zur Annäherung an die exakte Lösung.

50 Vgl. Davis/Hersh 1986: 351

51 Weyl 1965/1921: 32

52 Palm 2005

53 Davis/Hersh 1986: 345f.

54 Frougny/Pfeiffer 1985: 72

55 Mehrtens 1990: 288

56 Thiel 1972: 128

ständig sind, in dem Sinne, dass man stets wahre Aussagen der durch das Axiomensystem erfassten, inhaltlichen Theorie angeben kann, die aus dem gegebenen Axiomensystem nicht ableitbar sind. Die „Grundlagenkrise“ der Mathematik ist also bis heute nicht überwunden, „aber sie ist ‚verdrängt‘.“[57]

Männer, die schon im 19. Jahrhundert nervös sind oder es nach der Jahrhundertwende werden:[58] Kulturkrise der Moderne – eine Krise der Geschlechter?

Für Europa und speziell Deutschland lässt sich hinsichtlich des ersten Drittels des 20. Jahrhunderts eine krisenhafte Stimmung auf mehren Ebenen ausmachen. Die Krise der Mathematik steht im Kontext einer europäischen „Krise der Moderne“ auf gesellschaftlicher, wirtschaftlicher und politischer Ebene, die sich je nach zeitlicher Verortung kurz vor dem oder mitten im ersten Weltkrieg, im Wandel von Monarchie zu Republik und ihren ersten Jahren oder zwischen zwei Weltkriegen befindet. Diese Krise wird für die Zeit um die Jahrhundertwende mit einem Wideraufleben nach dem ersten Weltkrieg auch in weiten Bereichen der europäischen Kulturproduktion und Wissenschaftslandschaft diagnostiziert.[59] Thiel, der die Mathematik in die Reihe der Wissenschaften in der Krise einordnet, macht auf die Allgegenwärtigkeit einer allgemeinen Krise in der Alltagswahrnehmung aufmerksam. Die Krise wurde „von einer kaum abreißenden Diskussion in der Tagespresse begleitet und offenbar allgemein so deutlich empfunden [...], dass sich die zeitgenössischen Autoren auf sie schlicht als auf ‚die Krise‘ beziehen konnten.“[60] Den Hintergrund dieser europäischen Kulturkrise der Moderne bildeten die voranschreitende Industrialisierung, Urbanisierung, Säkularisierung und „Vermassung“.[61] Im Rahmen dieser weit reichenden „Formierung der Moderne“[62] kam es zu grundlegenden Veränderungen der gesellschaftlich-kulturellen Bestimmung der Geschlechterordnung.[63] Die Historikerinnen Christina Klausmann und Iris Schröder weisen auf zentrale gesellschaftliche Bereiche hin, in denen es galt, Zuweisungen geschlechtlicher Positionen neu zu verhandeln. „Ob in der Erwerbsarbeit, in der schulischen oder der universitären Bildung, ob im Recht, in der Kunst oder Literatur, überall wurden Geschlechterbilder und vor allem die Geschlechterzuständigkeit problematisiert.“[64]

Die Zulassungen von Frauen zur institutionalisierten Wissenschaft bedeutete auch in der Mathematik ein Angriff auf die aus sich selbst heraus legitimierte Position des männlichen Erkenntnissubjekts. Nach vehementen Auseinandersetzungen um den Zugang von Frauen zu Männern vorbehaltenen Berufen und Bildungswegen erreichten die Forderungen der ersten Frauenbewegung 1908 die generelle Hochschulzulassung

57 Thiel 1972: 127f.

58 Bublitz 1998: 28

59 Vgl. Thiel 1972: 21

60 Ebda.

61 Vgl. Palm 2005

62 Mehrtens 1990: 298f.

63 Vgl. Heintz 2000: 62

64 Klausmann/Schröder 2000: 4

für Frauen in Deutschland. Neben einer antizipierten Gefährdung der Weiblichkeit der Frauen durch das Studium ging es im Streit um Frauen in der Wissenschaft auch um die allgemeine Eindeutigkeit und Stabilität von Geschlechtszuordnungen und die Gefährdung der Männlichkeit der Männer durch eine „Verweiblichung" des universitären Betriebs.[65] Nach der Naturwissenschaftsforscherin Dorit Heinsohn meint „Verweiblichung der Wissenschaft" das „Herabsinken des Niveaus des akademischen Unterrichts und eine Verweichlichung der positiv als ‚rau' charakterisierten akademischen Kultur.[66]

Auch das Frauenwahlrecht von 1918 ist ein wesentlicher Aspekt der Neuformierung geschlechtlicher Rollenzuweisungen. Die Literaturwissenschaftlerin Stefanie von Schnurbein, betont jedoch, dass diese Krise der Männlichkeit „keinesfalls ausschließlich eine Reaktion auf ein wachsendes Selbstbewusstsein von Frauen und auf die Forderung der ersten Frauenbewegung nach beruflichen Möglichkeiten, nach ökonomischer und erotischer Selbstbestimmung in der Ehe" ist.[67]

„Sie [die Krise der Männlichkeit, J.H] manifestiert sich [...] auf unterschiedlichen Gebieten (der Produktion, der Rollenverteilung, der Macht, der Erotik) und ist durch zahlreiche heterogene Faktoren (z.B. politische, ökonomische, soziale, psychologische) bestimmt. Umgekehrt durchzieht die Rhetorik über die Krise der Männlichkeit das Sprechen über alle anderen Krisen und Veränderungen, die um die Jahrhundertwende stattfinden."[68]

Die Sozialwissenschaftlerin Hannelore Bublitz beschreibt hier noch eindeutiger eine „Tendenz zur Vergeschlechtlichung" und damit automatisch „Tendenz zur Verweiblichung" der Moderne,[69] die zu einer Verunsicherung und Problematisierung männlicher Identität führte, im Sinn einer Infragestellung des männlichen Subjekts als Kulturträger und Verkörperung des Allgemein-Menschlichen aufgrund eines „Phantasma der ‚Feminisierung der Kultur'" bzw. einer befürchteten „(De)Konstruktion des männlichen Subjekts durch Übernahme weiblicher Elemente"[70]. „Durchdrungensein von Geschlecht(lichem) war damit von vornherein weiblich konnotiert. Wird der Mann, wie es Ende des 19. Jahrhunderts [...] der Fall ist, ebenfalls als Geschlechtswesen wahrgenommen, so impliziert dies seine Verweiblichung [...]."[71]

Die Analysen von Mehrtens und Heintz, deren Erzählungen einer „Grundlagenkrise" sich vor allem in dem Punkt von anderen unterscheiden, dass sie mit dem Auftreten der Antinomien um 1900 noch keine größere Beunruhigung in der Mathematik

[65] Zumindest aus heutiger Sicht, in der im akademischen Betrieb (immer noch) eine geschlechtliche Stereotypisierung der „kreativen Geisteswissenschaften" und der „hard sciences" vorgenommen wird, ist die „Angst" vor einer Verschiebung der Geschlechterzuordnungen „zu verstehen", wenn man beachtet, dass nach der endgültigen Zulassung von Frauen zum Studium 1908 die Zahl der Studentinnen in Mathematik und Naturwissenschaften deutlich über dem Durchschnitt der Fächer lag, vgl. Mehrtens 1990: 567.

[66] Vgl. Heinsohn 2000: 62, vgl. auch die Kirchhoffstudie bei Heinsohn 2000: 53

[67] Von Schnurbein 2001: 8

[68] Ebda.

[69] Vgl. Bublitz 1998: 19

[70] Bublitz 1998: 37. Zur Dekonstruktion von Männlichkeit durch Vergeschlechtlichung vgl. auch Bublitz 1998: 39.

[71] Von Schnurbein 2001: 10

wahrnehmen und eine krisenhafte Veränderung im Tonfall der Mathematiker erst im Streit der Programme festmachen, deren Vertreter sich in den frühen 20er Jahren des 20. Jahrhunderts um eine sinnvolle Weiterführung der Mathematik stritten, stellen die mathematische „Grundlagenkrise" sehr deutlich in den Kontext der „Krise der Moderne". „Die ‚Grundlagenkrise' der Mathematik war vor allem ein Ereignis, das etwa 1920 bis 1925 in Deutschland stattfand. Die Fragen nach Begründbarkeit, Wahrheit und Sinn der Mathematik waren eng verkoppelt mit den sozialen und politischen Fragen der Zeit."[72] „Das Gefühl der Großen Krise nach dem Schock von Weltkrieg und Revolution, damit die unausweichliche Frage, wie Sinn und Ordnung wieder herzustellen seien, erfassten in Deutschland auch die Mathematiker."[73]
In der „schon lang bestehenden Diskrepanz zwischen dem traditionellen Ideal der Mathematik [...] und der Realität der Mathematik"[74], die sich im Streit der Intuitionisten und Formalisten manifestierte, handelte es sich dabei nach Heintz weniger um ein praktisches Problem, vielmehr wurde sie „nun auf einmal als Bedrohung interpretiert, die die Mathematik in ihren Grundfesten erschütterte."[75]

Eine Barbierin? Hat Mathematik ein Geschlecht?

In der Allgemeingültigkeit der Mathematik, ihrem Gegenstand der grundsätzlichen Wahrheit der Zahlen, scheint Geschlecht keine Rolle zu spielen.[76] Hinter den scheinbar geschlechtsneutralen mathematischen Diskursen verbirgt sich mehr als nur männliche Perspektiven und Interessen.[77] Betrachtet man mathematische „Theoriedynamiken"[78] als sozial und kulturell situierte Wissens- und Erkenntnisprojekte,[79] lässt sich sogar eine doppelte Positionierung des männlichen Subjekts hinter den vorgeblich geschlechtsneutralen Erkenntnispositionen der Mathematik ausmachen.
Das männliche Subjekt beansprucht in einer Wissenschaft des logischen Verstandes, in einer Wissenschaft, in der Frauen von institutionellen und personellen Strukturen wissenschaftlichen Arbeitens praktisch ausgeschlossen blieben und mehrheitlich bleiben, die Position des überlegenen Geschlechts. Darüber hinaus konstituiert sich das männliche Erkenntnissubjekt innerhalb der propagierten Universalität, Wahrheit, Zeitlosigkeit und Übertragbarkeit mathematischer Wissenschaftlichkeit als geschlechtsneutral, oder besser geschlechtslos.[80] Diese doppelte Position macht die hierarchisierende Geschlechterdichotomisierung und -polarisierung der Oppositions-

[72] Mehrtens 1990: 295

[73] Mehrtens 1990: 290

[74] Davis/Hersh 1986: 340

[75] Heintz 2000: 61

[76] Vgl. Frougny/Pfeiffer 1985: 61

[77] Vgl. Klinger 1995: 35f. Klinger arbeitet hier am Beispiel der Philosophie, für die Mathematik lassen sich im Bezug auf männliche Subjektpositionen im Erkenntnis- und Universalitätsanspruch Übereinstimmungen finden.

[78] Palm 2005

[79] Vgl. Ebda.

[80] Vgl. Bublitz 2000: 37f.

paare wie Kultur/Natur, Geist/Körper, Rationalität/Emotionalität, männlich/weiblich auf einer theoretischen Ebene zugleich unsichtbar als auch unangreifbar.[81]
Männlichkeit und Objektivität werden gleichgesetzt in der Darstellung eines mathematischen Wissens, das unabhängig von Produktionsformen entsteht in einer Welt, in der sich mathematische Gesetzmäßigkeiten dem Wissenschaftler zeigen, er sie nicht produziert, sondern entdeckt. Darüber hinaus gibt es in der Mathematik einen sehr ausgeprägten Personenkult.[82] Die Benennung mathematischer Errungenschaften nach ihren „Entdeckern" sowie der stetige starke Bezug auf die „großen Köpfe" der Wissenschaft führt allerdings nicht zu einer Infragestellung des Bildes einer Wissenschaft ohne Wissen produzierende Subjekte, betont jedoch noch stärker, was ohnehin bereits sehr auffällig ist: die fehlende Präsenz von Mathematikerinnen im öffentlichen Diskurs. Es versteht sich von selbst, muss aber immer ausgeführt werden, weil es sich in gleichem Maße nicht von selbst versteht, dass es immer zahlreiche Mathematikerinnen gab und gibt sowie mathematisch forschende Frauen, die sich u.a. aufgrund fehlender institutioneller Einbindung selbst nicht als Mathematikerinnen bezeichneten.

Mathematik, Krise und Geschlecht: Verknüpfungen

Mit der Erschütterung der Begriffe von Wahrheit und Sinn, Gegenstand und Existenz geht es um die Identität der mathematischen Wissenschaft, an die, wie Mehrtens feststellt, die Identität der Mathematiker und somit die Identität des männlichen Erkenntnissubjekts geknüpft ist.[83] Die Frage nach einer Krise der Mathematik, die die Sicherheit von Wahrheit und Sinn sowie die Produktion von Erkenntnis thematisiert, muss demnach als Frage nach einer Krise des männlichen Erkenntnissubjektes gestellt werden.
Einen Versuch, Geschlecht in der Mathematik zu verorten, machen die Mathematikerinnen Christiane Frougny und Jeanne Pfeiffer. Doch geraten sie dabei in eine stereotypisierende Darstellung eines unterschiedlichen mathematischen Interesses der Geschlechter, das sich in etwa mit einer Gegenüberstellung von formalistischen (männlichen) und intuitionistischen (weiblichen) Zielen deckt. Sie sprechen Männern und Frauen eine originär verschiedene Herangehensweise an die Mathematik zu, wobei sie in der Formalisierung der Mathematik eine Reduktion erkennen, der dringend mit einer weiblichen „kreativen", „erfinderischen" Lust am mathematischen Tun begegnet werden müsste.[84] Mit einer solchen Verknüpfung von männlicher Objektivität und Formalisierung bei Frougny und Pfeiffer könnte kaum von einer Krise des männlichen Erkenntnissubjekts gesprochen werden, da – wenn auch nicht widerspruchsfrei, so doch in einer pragmatischen Weiterführung – der Formalismus in der Auseinandersetzung um die Begründung der modernen Mathematik die Oberhand behalten hat.

---

[81] Vgl. Klinger 1995: 36

[82] Vgl. Schinzel 2002

[83] Vgl. Mehrtens 1990: 8 und Palm 2005

[84] Vgl. Frougny/Pfeiffer 1985: 75f.

Im Zuge der Formalisierung der Mathematik verschwindet das wissenschaftliche Subjekt aus den mathematischen Texten. Kann dieses Verschwinden von Subjektivität als Krise, als Identitätskrise des männlichen Erkenntnissubjekts gelesen werden? Schnell wird dabei deutlich, dass es sich bei diesem „Verschwinden" des männlichen Erkenntnissubjekts von einem sichtbaren Sprechort nicht um einen „Verlust" männlicher Identität, sondern vielmehr um eine Festigung des inhärenten Wahrheitsausspruches handelt.

Hinsichtlich der doppelten Positionierung des männlichen Subjekts in der mathematischen Wissenschaft, zum einen in der Position des überlegenen Geschlechts in der wissenschaftlichen Institutionalisierung und zum anderen in der universalen, objektiven geschlechtslosen – und damit ebenfalls überlegenen – Position, wird die Identität des männlichen Erkenntnissubjekts auf zwei Ebenen zur Debatte gestellt. Ein weibliches Streitigmachen der Position von Wissensproduktion und Erkenntnis in institutionellem Rahmen ist die eine Ebene. Die geschlechtlichen Zuordnungen verschieben sich im Zuge einer Formierung der Moderne deutlich auch in der mathematischen Wissenschaftskultur. Bereits 1888 studierte Marie Gernet Mathematik an der Technischen Hochschule Karlsruhe und promovierte 1895 als erste Frau in Deutschland auf dem Gebiet der Mathematik. 1918 wurden Frauen in Deutschland allgemein zum Hochschulstudium zugelassen, 1920 wurde Emmy Noether die erste deutsche Mathematikprofessorin. Trotz dieses immensen Erfolgs der ersten Frauenbewegung stellten die Frauen an den Universitäten keine Bedrohung der Männer hinsichtlich ihrer Position in der institutionellen Struktur der Wissenschaft dar. Den Großteil des Erfolges wissenschaftlicher Arbeit konnten nach wie vor Männer verbuchen, sei es aus politischen, sozialen oder ökonomischen Gründen.

Eine Krise des männlichen Erkenntnissubjekts kann also kaum darin ausgemacht werden, dass Frauen den Zugang zu institutionalisiertem Wissen erlangten. Die Infragestellung der Selbstbegründung mathematischer Wissenschaft und insbesondere das Scheitern, die Mathematik auf sichere Grundlagen zu stellen, können vielmehr als Ort der Krise des männlichen Erkenntnissubjektes gesehen werden. Das ist die zweite Ebene auf der sich das männliche Erkenntnissubjekt als krisenhaft erweist.

Die Mathematik kann in der „Grundlagenkrise" ihren Anspruch nach einer aus sich selbst erklärenden Wahrheit, nach Universalität, Zeitlosigkeit und Übertragbarkeit nicht mehr aufrecht erhalten. Das männliche Erkenntnissubjekt verliert seine Position eines objektiven Erkennens *der* Wahrheit und ist insofern in der Krise, als die ihm eigene Begründung seiner Erkenntnisse aus sich selbst heraus nicht mehr funktioniert. Ob an dieser Stelle eine Krise männlicher Identität festgestellt wird, hängt davon ab, wie schwerwiegend das Wanken des mathematischen Wissensgebäude generell bewertet wird. Wird in der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts eine Krise wahrgenommen, die durch einen Verlust der Grundlagen entsteht, aus denen heraus die Wissenschaft sich bis dahin begründete, muss eine Krise des männlichen Erkenntnissubjekts konstatiert werden.

Der Bart muss ab! Fazit und Lösung

Unerwartete Entwicklungen der Mathematik um 1900 insbesondere in der Mengenlehre, die im Widerspruch zu grundlegenden bis dahin geltenden Annahmen der Mathematik standen, lösten eine Suche nach einer neuen, sicheren Mathematik aus.

Die beiden bedeutendsten mathematischen Reaktionen auf die Antinomien der „Grundlagenkrise“ waren das intuitionistische und das formalistische Programm. Es ist keiner der beiden Schulen (oder weniger bedeutenden mathematischen Programmen) gelungen, die Widersprüche aufweisenden Grundfesten der Mathematik neu zu definieren und eine einer Überprüfung standhaltende, unanfechtbare Wahrheit der Wissenschaft herzustellen. Das Ziel der Formalisten war es, mathematische Wahrheit durch die Sicherheit eines vollständigen widerspruchsfreien Axiomensystems zu begründen. Das Vorhaben musste spätestens mit Gödels Unvollständigkeitsbeweis von 1931 als unrealisierbar gelten. Die Intuitionisten planten, die Mathematik mithilfe der Iteration aus der Reihe der natürlichen Zahlen auf einem Fundament von intuitiv Verständlichem neu aufzubauen, mussten dabei aber auf große Bereiche der Mathematik verzichten, die sie mit ihren Methoden nicht bearbeiten konnten.

Die „Grundlagenkrise“ der Mathematik ist eine zeitgeschichtliche Abbildung einer weit umfassenderen „Krise der Moderne“ in Europa zu Beginn des 20. Jahrhunderts. Mathematik ist Teil der Neukonstituierung bisher geltender Wahrheits-konzepte, insbesondere auch hinsichtlich der Geschlechterordnung. Die doppelte Positionierung des männlichen Erkenntnissubjekts in der mathematischen Wissenschaft wird zu Beginn des 20. Jahrhunderts zum einen durch den Zugang von Frauen zu institutionalisiertem Wissen angegriffen, wobei dies nicht als tatsächliche *Bedrohung* des männlichen Erkenntnissubjekts zu werten ist, und zum anderen durch eine Infragestellung mathematischer Erkenntnisgewissheit erschüttert, die nicht wieder hergestellt werden konnte.

Die sehr unterschiedlichen Verortungen und Bewertungen von Ausmaß und Dramatik der mathematischen Umbrüche um 1900 zeigen, dass die mathematischen Probleme mehr der Anstoß als die Ursache der „Krise“ waren. Mit unterschiedlichen Begründungen gelten die Aussagen der Mathematik sowohl vor als auch nach der „Grundlagenkrise“ als wahr und unanzweifelbar. Obwohl fundamentale Bausteine der Mathematik in der „Grundlagenkrise“ als widersprüchlich erklärt wurden, obwohl auf bislang geltender mathematischer Wahrheit nicht weiter aufgebaut werden konnte, obwohl zentrale Bestandteile einer Legitimierung der Mathematik aus sich selbst heraus ungültig wurden und kein tragender Ersatz gefunden werden konnte, fand vor Gödels Satz, als auch danach keine tatsächliche Selbstinfragestellung der mathematischen Wissenschaft statt. Für die unangreifbare Integrität von Männlichkeit ist es unverzichtbar, Gödels Satz, der die Legitimierung formalistischer Mathematik grundlegend in Frage stellt, nicht als eine Krise mit den Konsequenzen einer Krise zu lesen.

In einer formalisierten Mathematik muss das wissenschaftliche Subjekt nicht länger in einer immer wieder neu zu bestimmenden Verortung Bezug nehmen auf seine subjektive Wissensproduktion, es spricht stattdessen von nun an von einer nicht definierten, nicht sichtbaren Position, die keiner Legitimation bedarf und die seinen Aussagen eine nun vollständig unantastbare Allgemeingültigkeit verleiht. Eine Stabilisierung von Wissenschaft durch männliche Subjektivität tritt zugunsten eines Ein- und Festschreibens von Männlichkeit in mathematische Aussagen zurück. Auf der einen Seite erfährt Männlichkeit so eine Festigung durch die Mathematik, auf der anderen Seite bedrohen mathematische Zweifel damit nicht länger das einzelne wissenschaftliche Subjekt, sondern eine Krise der Mathematik würde eine Krise von Männlichkeit bedeuten. Auch wenn bereits die Infragestellung des einzelnen Erkenntnissubjekts (wie im Fall Freges) eine Bedrohung männlicher Erkenntnisgewissheit generell implizierte, so wird diese Bedrohung durch die weitere Festschreibung von Männlichkeit in Mathematik noch verstärkt. Mathematik wird nicht als Konstrukt benannt, da sonst auch Männlichkeit als konstruiert wahrgenommen werden müsste. Eine Bedrohung des aus sich selbst begründbaren Selbstverständnisses der Mathematik stellt eine Bedrohung des Selbstverständnisses von Männlichkeit dar. Die Erschütterung der Mathematik in ihren Grundfesten droht die unangezweifelte, unangreifbare, unsichtbare und überlegene Position von Männlichkeit in Frage zu stellen.

All dies verdeutlicht sich im Beispiel des ungelösten Problems des Barbiers in der Erläuterung der mengentheoretischen Antinomie. Die Lösung dafür ist simpel, aber dennoch (bisher) nicht innerhalb des Rahmens mathematischer Lösungsvorschläge möglich. Auch wenn es sich bei dem Beispiel mit dem Barbier lediglich um ein Bild handelt und die Lösung des mengentheoretischen Problems nicht durch ein Umstellen dieses Bildes funktionieren kann, so ist dieses von Mathematikern gewählte Bild doch ein äußerst treffendes, das die Begrenztheit der Lösungsvorschläge und die Fixiertheit auf ein *männliches* Erkenntnissubjekt und auf Männlichkeit als Lösung verdeutlicht. Für die Lösung muss der Schritt aus der gegenseitigen Legitimierung und Stabilisierung der Konstrukte von Mathematik und Männlichkeit gemacht werden. Der Barbier ist eine Frau. Easy.

Literatur:

Behmann, Heinrich (1931) *Zu den Widersprüchen in Logik und Mengenlehre*, in Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung Bd. 40, Leipzig/Berlin: Teubner, 37-48.

Bublitz, Hannelore (1998) „Einleitung" und „Das Geschlecht der Moderne – Zur Genealogie und Archäologie der Geschlechterdifferenz", in dies. (Hg.) *Das Geschlecht der Moderne. Genealogie und Archäologie der Geschlechterdifferenz*, Frankfurt am Main/New York: Campus, 9-25 und 26-48.

Büttenmeyer, Wilhelm (2003) „Einleitung", in ders. (Hg.) *Philosophie der Mathematik*, Freiburg/München: Karl Alber, 9-42.

Davis, Philip/Hersh, Reuben (1986) „Von der Gewissheit zur Fehlbarkeit", in dies. *Erfahrung Mathematik*, Basel/Boston/Stuttgart: Birkhäuser, 334-379.

Du Bois-Reymond, Paul (1910, Antrittsvortrag zur Professur in Tübingen, gehalten 1874) *Was will die Mathematik und was will der Mathematiker?* in Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung Bd. 19, Leipzig/Berlin: Teubner, 190-198.

Fox Keller, Evelyn (1995) „Origin, History, and Politics of the Subject Called ‚Gender and Science' – A first Person Account", in Sheila Jasanoff u.a. (Hg.) *Handbook of Science and Technology Studies*, London/Thousand Oaks: Sage, 80-94.

Frougny, Christiane/Pfeiffer, Jeanne (1985) *Der mathematische Formalismus – eine Maschine, die Wahres aussondert*, in Feministische Studien 1/1985, Weinheim: Beltz, 61-77.

Heinsohn, Dorit (2000) *Thermodynamik und Geschlechterdynamik um 1900*, in Feministische Studien 1/2000, Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 52-68.

Heintz, Bettina (2000) D*ie Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin*, Wien/New York: Springer.

Hilbert, David (1922, erschienen bei Büttenmeyer 2003) „Neubegründung der Mathematik", in Wilhelm Büttenmeyer (2003) (Hg.) *Philosophie der Mathematik*, Freiburg/München: Karl Alber, 131-146.

Kamke, Erich (1955) *Werden und Sicherheit mathematischer Erkenntnis*, in Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung Bd. 57, Stuttgart: Teubner, 6-20.

Klausmann, Christina/Schröder, Iris (2000) *Geschlechterstreit um 1900. Einleitung*, in Feministische Studien 1/2000, Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 3-7.

Kline, Morris (1980) *Mathematics. The Loss of Certainity*, New York: Oxford University Press.

Kline, Morris (1990) „Mathematics as of 1900", in ders. *Mathematical Thought. From Ancient to Modern Times*, Volume 3, New York: Oxford University Press, 1023-1039.

Klinger, Cornelia (1995) „Beredtes Schweigen und verschwiegenes Sprechen", in Renate Hof/Hadumond Bußman (Hg.) *Genus. Zur Geschlechterdifferenz in den Kulturwissenschaften*, Stuttgart: Alfred Kröner, 34-59.

Koreuber, Mechthild/Krause, Henning (o.J.) *Möglichkeiten und Grenzen der Kategorie Geschlecht in der Mathematik. Zur Dialogizität in den mathematischen Texten Emmy Noethers*, Vorlesung an der Universität Paderborn, am Institut für Mathematik, http://www2.math.uni-paderborn.de/fileadmin/Mathematik/AG-Krause/publications_krause/fu-ringvorlesung.doc, 7.11.2005.

Mehrtens, Herbert (1990) *Moderne Sprache Mathematik. Eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme*, Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Meschkowski, Herbert (1976) *Richtigkeit und Wahrheit in der Mathematik*, Mannheim/Wien/Zürich: Bibliographisches Institut.

Meschkowski, Herbert (1986) *Problemgeschichte der Mathematik III*, Mannheim/Wien/Zürich: Bibliographisches Institut.

Palm, Kerstin (2005) „Grundlagenkrisen in Physik und Mathematik um 1900 - Äußerungsweisen einer Krise der Männlichkeit?" Beitrag zum Katalog der Veranstaltungsreihe no/more gender - Transdisziplinäre Dialoge an der UdK (SoSe 2005), *Schwarze Löcher, weisse Flecken: Relative Betrachtungen zu Einstein aus kultur-, kunst- und sozialwissenschaftlicher Perspektive*, im Erscheinen.

Schinzel, Britta (2002) *Frauen- und Gender Studies Mathematik*, Stichpunkte zur 10. Vorlesung an der Universität Freiburg, http://mod.iig.uni-freiburg.de/lehre/Sose2002/vl10.pdf, 7.11.2005.

von Schnurbein, Stefanie (2001) „Die ‚Krise der Männlichkeit' in der Moderne – Einleitung", in dies. *Krisen der Männlichkeit. Schreiben und Geschlechterdiskurs in skandinavischen Romanen seit 1890*, Göttingen: Wallstein, 7-27.

Thiel, Christian (1972) *Grundlagenkrise und Grundlagenstreit. Studie über das normative Fundament der Wissenschaften am Beispiel von Mathematik und Sozialwissenschaft*, Meisenheim am Glan: Verlag Anton Hain.

Weyl, Hermann (1921, hier verwendet 1965 wiederaufgelegter unveränderter reprografischer Nachdruck der Ausgabe Berlin 1921) *Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik. Vorträge, gehalten im mathematischen Kolloquium Zürich*, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Weyl, Hermann (1924) *Randbemerkungen zu Hauptproblemen der Mathematik*, in Mathematische Zeitschrift, Berlin: Julius Springer, 131-150.